



# ЗБОРНИК РАДОВА

VI МЕЂУНАРОДНА КОНФЕРЕНЦИЈА  
О НАСТАВИ ФИЗИКЕ У СРЕДЊИМ ШКОЛАМА

Алексинач, 2018.



# ЗБОРНИК РАДОВА

## VI МЕЂУНАРОДНЕ КОНФЕРЕНЦИЈЕ О НАСТАВИ ФИЗИКЕ У СРЕДЊОЈ ШКОЛИ

Алексинач, 09 – 11. март 2018.

*Програмски одбор конференције:*

1. И. Авиани (Сплит)
2. М. Бабић (Бијељина)
3. Д. Димитријевић (ДФН)
4. Н. Ерцег (Ријека)
5. А. Жекић (Београд)
6. Т. Јовановић (Ниш)
7. С. Јокић (Београд)
8. А. Канцлер (Марибор)
9. М. Ковачевић (Крагујевац)
10. М. Митровић (Београд)
11. Б. Митревски (ДФМ)
12. Љ. Нешић (Ниш), председник
13. Д. Никезић (Крагујевац)
14. Н. Новаковић (Ниш)
15. С. Радуловић (Алексинач), секретар
16. Р. Репник (Марибор)
17. М. Стојановић (Нови Сад), потпредседник
18. П. Николаус (Ријека)
19. М. Шћепановић (Подгорица)

*Организациони одбор:*

1. Н. Станковић, председник
2. Ч. Ракић
3. К. Црнчевић, потпредседник
4. Ј. Тончић
5. Д. Петковић
6. С. Радуловић
7. Б. Симић
8. С. Величковић
9. В. Младеновић
10. В. Дојчиловић
11. Г. Жалац
12. Д. Вељковић
13. Д. Димитријевић
14. С. Петровић
15. М. Бабић
16. Н. Стојковић

*Уредник:*

Љубиша Нешић

*Технички уредници*

Милан Милошевић

Лазар Раденковић

*Наслов:*

„Зборник радова VI Међународне конференције о настави физике у средњим школама“

*Покровитељ:*

Општина Алексинач

*Издавач:*

Алексиначка гимназија

и

„Klett“ Издавачка кућа д.о.о., Београд

*Штампарија:* Цицера, Београд

ISSN: 2406-2626

Тираж: 300 примерака

CIP - Каталогизација у публикацији - Народна библиотека Србије, Београд

371.3::53

МЕЂУНАРОДНА конференција о настави физике у средњој школи (6 ; 2018 ; Алексинач)

Зборник радова VI Међународне конференције о настави физике у средњој школи, Алексинач, 09 - 11. март 2018. / [уредник Љубиша Нешић]. - Алексинач : Алексиначка гимназија ; Београд : Klett, 2018 (Београд : Цицера). - 264 стр. : илустр. ; 24 cm

Текст ћир. и лат. - Радови на срп., енгл. и мак. језику. - Тираж 300. - Стр. 5: Предговор / Љубиша Нешић. - Напомене и библиографске референце уз рад. - Библиографија уз сваки рад. - Регистар.

ISBN 978-86-81182-00-0 (АГ)

а) Физика - Настава - Методика - Зборници

COBISS.SR-ID 258919948

## Одређивање коефицијента пригушења у ваздуху помоћу линеарног хармонијског осцилатора

Соња Ковачевић<sup>1</sup>, Милан С. Ковачевић<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Прва крагујевачка гимназија, Крагујевац, Србија

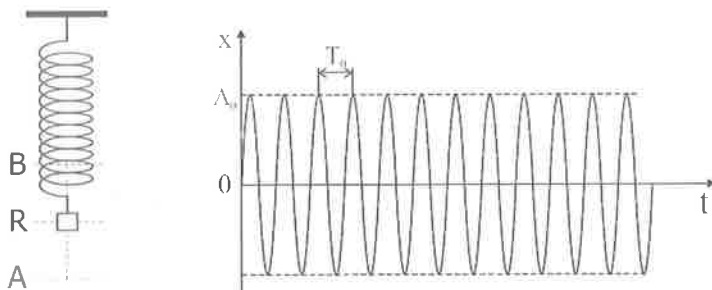
<sup>2</sup>Природно-математички факултет, Крагујевац, Србија

**Апстракт.** Линеарни хармонијски осцилатор је изузетно важан пример периодичног кретања, који служи као тачан или као приближан модел за многе компликованије системе у класичној и квантној физици. У раду је презентован експеримент са тегом масе  $m$  који је учвршћен на једном крају еластичне опруге. Ако осцилатор изведемо из равнотежног положаја а затим га препустимо деловању унутрашњих сила, он врши хармонијске осцилације. Међутим, како је у реалном систему сила трења увек присутна, амплитуда се смањује са временом, и тада говоримо о пригушеним осцилацијама. Због присуства силе трења долази до повећања периода осциловања. Мерењем периода осциловања  $T$  и константе опруге  $k$  одређен је коефицијент пригушења  $\beta$  и одговарајућа грешка мерења  $\Delta\beta$ .

**Кључне речи:** еластична опруга, пригушене хармонијске осцилације, период.

### НЕПРИГУШЕНЕ ХАРМОНИЈСКЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ

Ако тег изведемо из равнотежног положаја (слика 1), а затим га препустимо деловању унутрашњих сила, онда он врши слободне осцилације. Величине којима се описује осцилаторно кретање су период, елонгација, амплитуда и фреквенција. Као пример хармонијских осцилација може да послужи тег масе  $m$  који је учвршћен на једном крају еластичне опруге константе  $k$  (видети слику 1). У овом примеру маса опруге се занемарује.



**СЛИКА 1.** Осциловање тегу окаченог о еластичну опругу. Ако тело крене из равнотежног положаја онда је једна осцилација одређена следећим положајима тела: A-R-B-R-A.

Када се тег помери из равнотежног положаја (деловањем спољашњих сила) па затим пусти, једина сила (унутрашња) је сила еластичне опруге:  $\vec{F}_e = -k \vec{x}$ , где је  $x$  елонгација, а  $k$  константа еластичности опруге. Смисао знака „-“ у изразу за силу указује да је смер ове силе увек ка равнотежном положају. Решавањем једначине кретања система,  $ma = -kx$ , добија се решење у облику

$$x = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

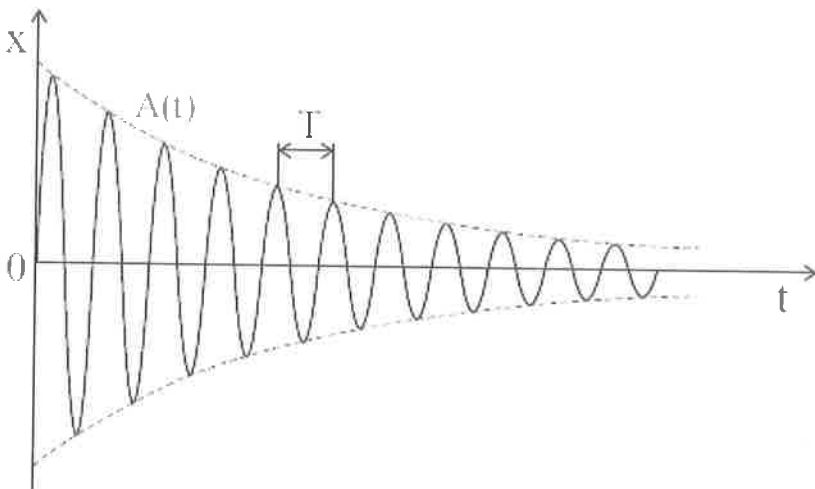
где је  $x_0$  амплитуда осциловања,  $\varphi_0$  почетни угао (фазни помак), а  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  кружна учестаност (фреквенција) сопствених осцилација. Ако графички прикажемо решење (1) добићемо криву са слике 1. Овде је  $T_0$  период осциловања је, док је почетна фаза у овом примеру  $\varphi_0 = 0$ .

### ПРИГУШЕНЕ ХАРМОНИЈСКЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ

У реалном систему сила трења је увек присутна што доводи до смањења амплитуде у току времена. Тада говоримо о пригушеним осцилацијама. У овом случају једначина кретања добија још један члан који урачунава и ову силу, тј.  $ma = -kx - bv$ , где је  $b$  коефицијент отпора ваздуха. Решење ове једначине је

$$x = x_0 e^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \varphi_0). \quad (2)$$

где је  $x_0$  почетна амплитуда,  $e$  основа природног логаритма,  $\beta$  коефицијент пригушења,  $\omega_1$  кружна фреквенција пригушеног осциловања [1,2]. Коефицијент пригушења зависи од коефицијента отпора средине  $b$  и масе осцилатора  $m$  тј.  $\beta = b/(2m)$ . Угаона фреквенција зависи од особина средине и осцилатора  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  где је  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  сопствена фреквенција осцилатора. Ако графички прикажемо решење (2) добићемо криву са слике 2.



СЛИКА 2. Осцилације пригушеног осцилатора.

## ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈЕНТА ПРИГУШЕЊА

Као што смо већ рекли, сила трења, попут отпора ваздуха, пригушује све стварне осцилаторе. Маса на опрузи с благим пригушењем (слика 1), која је покренута у тренутку  $t = 0$ , вршиће пригушене осцилације чија амплитуда опада са временом по закону  $A(t) = x_0 e^{-\beta t}$ , где је  $x_0$  почетна амплитуда. Присуство силе трења доводи до повећања периода осциловања, који је у овом случају дат формулом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (3)$$

Апаратура је релативно једноставна, и састоји се од опруге везане за држач на стубу, о коју може да се окачи тег одређене масе. На стубу се може окачити и скала на којој можемо читавати дужину истезања опруге.

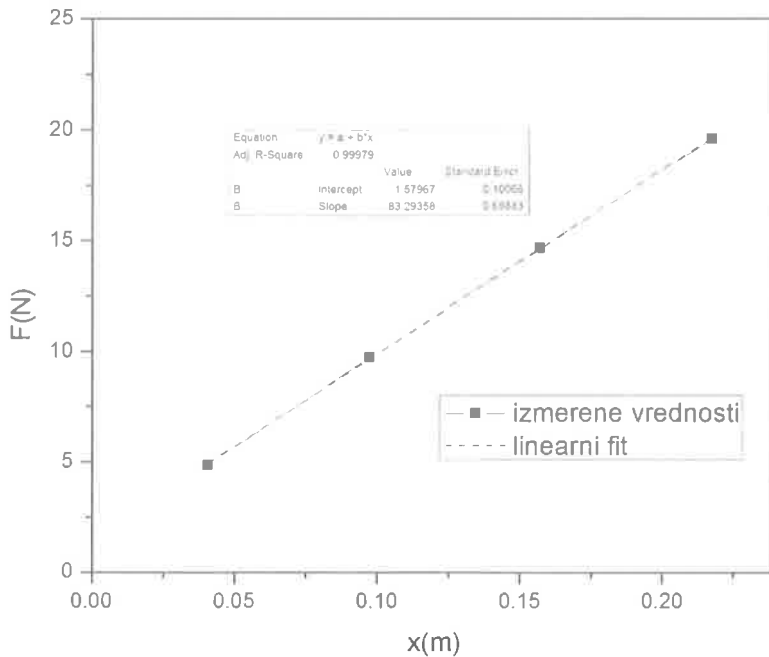
Најпре је потребно одредити коефицијент еластичности опруге, тј. константу  $k$ . Као што је познато, еластична опруга се издужује сразмерно интензитету силе који на њу делује. Тако, уколико је дошло до истезања опруге за дужину  $x$ , на опругу је деловала сила интензитета  $F$ , где је  $F = kx$ . О слободан крај опруге који виси, постепено додавати тегове различите масе, и мерити истезање опруге. Ради смањења грешке, поступак читавања истезања опруге поновити три пута. У наше, случају, измерене вредности су приказане у табели 1.

Табела 1: Одређивање константе еластичности опруге.

Р. бр.	$m$ (kg)	$F$ (N)	$x_i$ (mm)	$x$ (mm)
1	0,499	4,90	41	40,7
			40	
			41	
2	0,995	9,76	98	97,3
			97	
			97	
3	1,499	14,71	158	157
			156	
			157	
4	2	19,62	218	217,3
			217	
			217	

На основу вредности из табеле 1 нацртати график зависности  $F = f(x)$ . Са графика очитати коефицијент правца праве, који тада представља тражени коефицијент еластичности опруге  $k$ . Учртавањем парова вредности  $(x, F)$  из табеле 1, и повлачењем што могуће боље праве кроз те тачке, добијен је график на слици 3. Изабирањем две тачке са графика  $(x_1, F_1)$  и  $(x_2, F_2)$  може се израчунати вредност коефицијента еластичности опруге по формули

$$k = \frac{F_1 - F_2}{x_1 - x_2}.$$



**СЛИКА 3.** Графичка зависност силе од истезања опруге. Вредност коефицијента еластичности опруге налазимо са графика, и износи 83,29 N/m.

За одређивање константе пригушења  $\beta$  потребно је о опругу окачити тег чију масу  $m$  смо измерили вагом. Ако тег лаганим повлачењем наниже изведемо из равнотежног положаја, затим га пустимо он врши пригушено хармонијско осциловање (једначина 2). Потребно је измерити укупно време  $t$  за које систем направи  $n$  (обично 50) осцилација. Период осциловања се рачуна као  $T = t/n$ . Мерење времена  $t$  спровести три пута, а период осциловања изразити као средњу вредност резултата добијених у ова три мерења. Константу пригушења  $\beta$  израчунати из формуле (3) узимајући да је  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ . У нашем случају, за тег масе  $m = 2\text{kg}$ , и опругу еластичности  $k = 83,3\text{N/m}$ , укупно време за које тег направи  $n=50$  осцилација износи  $t = 49,3\text{s}$ , тј. период осциловања износи  $T = t/n = 0,986\text{s}$ . Помоћу формуле (3) налазимо вредност за кофицијент пригушења  $\beta$ :

$$\beta = \sqrt{\omega^2 - \frac{4\pi^2}{T^2}} = 1,0421\text{s}^{-1}.$$

### ИЗРАЧУНАВАЊЕ ГРЕШАКА МЕРЕЊА

Грешку мерења за константу еластичности  $k$  можемо израчунати помоћу формуле

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{2\Delta F}{F_1 - F_2} + \frac{2\Delta x}{x_1 - x_2}.$$

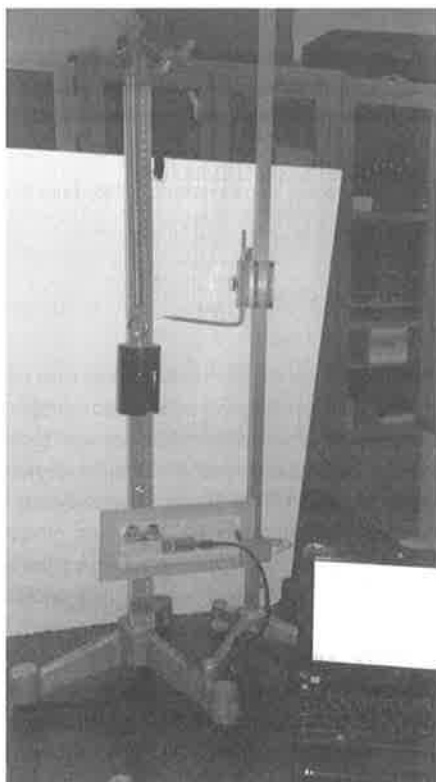
За грешку  $\Delta F$  можемо узети и најмањи подеок са графика на оси  $F$  (ово је оправдано с обзиром да смо вредности за  $F_1$  и  $F_2$  директно читавали са графика), док за  $\Delta x$  можемо узети најмањи подеок на лењиру, који у нашем случају износи 1 mm. Грешку мерења за коефицијент пригушења  $\beta$  можемо израчунати на основу формуле

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\omega} + \frac{\Delta T}{T}$$

где је  $2\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta m}{m}$  и  $\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t}$ . Узимањем у обзир бројних вредности за  $\Delta t = 0,1s$  и  $\Delta m = 1g$ , налазимо да је  $\Delta\beta = 0,006s^{-1}$ . Коначно, коефицијент пригушења је

$$\beta = (1,042 \pm 0,006)s^{-1}.$$

На слици 4 је приказан експеримент са линеарним хармонијским осцилатором. Експеримент има и ардуино додаток који омогућава праћење и бележење елонгације у реалном времену.



СЛИКА 4. Експеримент са линеарним хармонијским осцилатором.



## ЗАКЉУЧАК

У поређењу са демонстрационим огледима, може се рећи да је значај лабораторијских вежби још већи јер су ученици доведени очи у очи са физичком појавом, законом, методом или инструментима. Док раде вежбу, ученици су нужно активни и у знатној мери самостални [3,4]. При изради вежбе увек се постављају питања типа “како”, “зашто”, “шта би се десило ако...”, која иницирају код ученика интензивно размишљање. Док ученици врше мерења, наставник активно прати њихов рад, дискретно их надгледа и, кад затреба, објашњава и помаже. При обради резултата мерења ученици се придржавају правила за табеларни приказ података, цртање графика, израчунавање заокружених вредности и грешака мерења, са чим наставник треба да их упозна унапред или да их да уз писана упутства за вежбу. У задатку описаном у овом раду, поред графичког одређивања коефицијента еластичности опруге препоручујемо и метод најмањих квадрата [6], који ученици могу реализовати за домаћи задатак.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Каделбург, В. Рапаић, Физика 3, *Круг* 2011, 1-38.
2. С. Kittel, W. D. Knight, М. А. Ruderman, *Mechanics, Berkeley Physics Course 1, McGraw-Hill*, 1973, 117-139.
3. Љ. Нешић, Школски експеримент у физици, Симпозијум - Експеримент у средњошколској настави физике, Алексинац, 21-23. фебруар 2014, Зборник радова 17-27.
4. Ј. Дојчиловић, С. Ивковић, Експерименти и демонстрациони огледи из физике I, II, Београд, 2007.
5. <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>